



Автономная некоммерческая профессиональная образовательная организация
«МЕЖДУНАРОДНЫЙ ВОСТОЧНО-ЕВРОПЕЙСКИЙ КОЛЛЕДЖ»
Пушкинская ул., д. 268, 426008, г. Ижевск. Тел.: (3412) 77-68-24. E-mail: mveu@mveu.ru, www.mveu.ru
ИНН 1831200089. ОГРН 1201800020641

20.02.2026 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по выполнению практических работ

при изучении учебной дисциплины

ОП.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

по специальности

**09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного
интеллекта**

Практическая работа – небольшой научный отчет, обобщающий проведенную учащимся работу, которую представляют для защиты преподавателю.

В процессе практического занятия учащиеся выполняют одну или несколько практических работ (заданий) под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию Государственных требований.

Наряду с формированием умений и навыков в процессе практических занятий обобщаются, систематизируются, углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатывается способность и готовность использовать теоретические знания на практике, развиваются интеллектуальные умения.

Практические занятия проводятся в форме практической подготовки в виде работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

К практическим работам предъявляется ряд требований, основным из которых является полное, исчерпывающее описание всей проделанной работы, позволяющее судить о полученных результатах, степени выполнения заданий и профессиональной подготовке учащихся.

I. Практические работы:

Тема практической работы № 1. Вычисление пределов функций в точке и на бесконечности, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование практических навыков вычисления пределов функций в точке и на бесконечности, необходимых для решения профессиональных задач в области интеграции решений с применением технологий искусственного интеллекта.

Задания:

При выполнении данных заданий полезно помнить следующие правила и приёмы:

- Если степень числителя меньше степени знаменателя, предел стремится к нулю.
- Для больших значений аргумента важно учитывать ведущие члены многочленов.
- Использовать преобразование выражений путём деления числителя и знаменателя на старшую степень переменной.
- Применять эквивалентные бесконечно малые величины и асимптотики при необходимости.

Решение каждого примера должно сопровождаться подробным описанием шагов и обоснованием выбранного подхода.

Примеры и упражнения:

1. Найдите предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$$

2. Вычислите предел:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + 5x - 3}$$

3. Определите значение следующего предела:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + 1)}{x}$$

4. Исследуйте поведение функции на бесконечности:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}(\cos x + \sin x)$$

5. Найдите предел сложной функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cot x)^x$$

6. Рассчитайте предел дробно-рациональной функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$$

7. Вычислите предел показательной функции:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx}, \quad a, b > 0$$

8. Используйте правило Лопиталья для нахождения предела:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

9. Вычислить предел рациональной функции на бесконечности:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 + 3x - 1}$$

Упражнения повышенной сложности

1. Покажите, что предел существует и найдите его:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \cdot \ln(1 + x)}{\tan^2 x}$$

2. Доказать равенство пределов:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1$$

3. Используя теорему Коши о двух милиционерах, докажите существование и вычислите следующий предел:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$$

4. Найдите предел, применяя формулу Тейлора второго порядка:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{(x - \sin x)}$$

Тема практической работы № 2. Определение типов разрывов функций, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование практических навыков выявления и классификации точек разрыва функций.

Задания:

Задание 1. Работа в мини-группах по решению базовых примеров. Каждой группе предлагается задание с функцией, содержащей точку разрыва, и задача выявить её тип. Затем проводится общее обсуждение результатов.

Задания:

$$f(x) = \frac{|x|}{x} \text{ в точке } x = 0.$$

1. Определите характер разрыва функции

$$f(x) = x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

2. Проверьте функцию на наличие разрывов в точке $x=0$.

$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

3. Установите тип разрыва функции в точке $x=0$.

Индивидуальное решение заданий:

Каждое задание включает определение типа разрыва конкретной функции в указанных точках.

1. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$, исследуйте точку $x=1$.

2. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1, \\ x + 1, & x > 1 \end{cases}$ Определите тип разрыва в точке $x=1$.

3. Функция $f(x) = \frac{\sin x}{x}$. Проверить точку $x=0$ на наличие разрыва.

Сложные случаи:

Совместное обсуждение и разбор задач, вызвавших наибольшие трудности у студентов.

Тема практической работы № 3. Анализ непрерывности функций на интервале, объем часов 2.

Цель практической работы - формирование у обучающихся компетенций по выявлению областей непрерывности функций, определению точек разрыва и установлению характера непрерывности на заданных интервалах.

Задания:

1. Решение типовых задач

Группа делится на пары. Задача каждой пары — совместно решить поставленную задачу и представить свое решение остальным участникам группы.

1. Определить область непрерывности функции $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

2. Найти точки разрыва функции $g(x) = \frac{1}{|x|}$, указать их тип.

3. Показать, что функция $h(x) = \sin x$ является непрерывной на всей числовой оси.

2. Индивидуальная работа

Каждый обучающийся решает свою задачу самостоятельно. По окончании индивидуального этапа выбираются наиболее интересные примеры для совместного рассмотрения.

$$k(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ 2x - 1 & x > 1 \end{cases}$$

1. Изучить непрерывность функции на всём множестве действительных чисел.
2. Определить, непрерывна ли функция $m(x) = \frac{\sin x}{x}$ в точке $x=0$.
3. Найти интервал непрерывности функции $n(x) = \log |x|$.

3. Итоговое обсуждение

Каждая подгруппа представляет своё решение перед аудиторией, осуществляется коллективное обсуждение подходов и возможных альтернативных способов решения.

Тема практической работы № 4. Вычисление производных для элементарных и составных функций, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - способствовать формированию у обучающихся устойчивых навыков дифференцирования элементарных и составных функций, умение применять правила дифференцирования и базовые формулы производных.

Задания:

1. Групповая работа

Подгруппы получают задачи разного уровня сложности, решают их сообща и представляют свои решения группе.

1. Найти производную функции $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$
2. Найти производную функции $z = \sin(2x) + e^{3x}$
3. Вычислить производную функции $w = (x^2 + 1)e^{\sin x}$

2. Индивидуальная работа

Каждому студенту выдаётся индивидуальный лист с задачами, аналогичными групповому этапу. После завершения самостоятельной работы преподаватель проводит проверку и консультирование:

1. Найти производную функции $f(x) = (x^2 + 3x) \cos x$
2. Вычислить производную функции $g(x) = \ln(3x^2 - 2x + 1)$
3. Найти производную функции $h(x) = \frac{\sin x}{x^2 + 1}$

3. Подведение итогов:

Проведение рефлексии: каждый студент высказывается о достигнутых успехах и возникающих трудностях. Преподаватель подводит итоги занятия, комментирует общие ошибки и даёт индивидуальные рекомендации.

Тема практической работы № 5. Исследование функций с помощью производных (нахождение экстремумов и точек перегиба), объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - освоение методик исследования функций с помощью производных для определения экстремумов и точек перегиба с последующим построением графиков.

Задания:

1. Групповая работа

Студенческие подгруппы получают типовые задачи, выполняют их совместными усилиями и готовят презентации результатов.

1. Исследовать функцию $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ на экстремумы и точки перегиба.
2. Найти экстремумы и точки перегиба функции $g(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$
3. Постройте график функции $h(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$, отметив на нём экстремумы и точки перегиба.

4. Индивидуальная работа

Каждый студент получает персональное задание для самостоятельного выполнения, аналогичные предыдущим, но с другим набором функций.

1. Найти экстремумы и точки перегиба функции $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$
2. Исследовать функцию $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ на экстремумы и построить её график с указанием точек перегиба.
3. Найти координаты локальных экстремумов и точек перегиба функции $h(x) = x^5 - 5x^3 + 5x$

3. Подведение итогов

Обобщение результатов, обмен мнениями и выявление трудностей, возникающих при исследовании функций. Оценка проделанной работы.

Тема практической работы № 6. Применение частных производных в многомерных функциях, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование навыков вычисления и применения частных производных для анализа многомерных функций и решения оптимизационных задач..

Задания:

1. Групповая работа

Выполнить совместное решение задач на нахождение частных производных и изучение их приложения в конкретных ситуациях.

1. Найти частные производные функции $f(x, y) = x^2y + xy^2$ и записать полный дифференциал.
2. Записать матрицу Якоби для функции $F(u, v, w) = u^2v - vw^2 + uvw$
3. Исследовать функцию $g(x, y, z) = xyz - x^2yz$ на стационарные точки и найти возможные экстремумы.

2. Индивидуальная работа

Самостоятельное выполнение аналогичных задач с последующей взаимопроверкой и консультациями преподавателя.

1. Найти частные производные функции $f(x, y) = e^{xy} + \sin(xy)$ и составить полный дифференциал.
2. Составить матрицу Якоби для функции $H(a, b, c) = ab^2c - abc^2 + ac^2b$.
3. Найти экстремумы функции $k(p, q, r) = pqr - pq^2r$ путем анализа частных производных.

3. Подведение итогов.

Тема практической работы № 7. Вычисление неопределённых интегралов с использованием метода подстановки, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование навыков вычисления неопределённых интегралов методом подстановки.

Задания:

1. Групповая работа

Решение типовых задач подгруппой, подбор оптимальной подстановки и последующий расчёт интеграла.

1. Вычислить интеграл: $\int x \sqrt{x+1} dx$
2. Найти неопределённый интеграл: $\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$
3. Вычислить интеграл: $\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$

2. Индивидуальная работа

Самостоятельное решение аналогичных задач каждым студентом.

1. Вычислить интеграл: $\int x \cos(x^2) dx$
 2. Найти неопределённый интеграл: $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 5}$
 3. Вычислить интеграл: $\int \frac{\sin x dx}{1 + \cos^2 x}$
3. Подведение итогов занятия, обобщение результатов, обсуждение типичных ошибок и путей их устранения.

Тема практической работы № 8. Применение метода интегрирования по частям для нахождения интегралов, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование навыков вычисления неопределённых интегралов методом интегрирования по частям.

Задания:

1. Групповая работа

Студенты объединяются в подгруппы и вместе решают задачи на применение метода интегрирования по частям.

1. Вычислить интеграл: $\int x \sin x dx$
2. Найти неопределённый интеграл: $\int x^2 e^x dx$
3. Вычислить интеграл: $\int \ln x dx$

2. Индивидуальная работа

Каждый студент решает задачи самостоятельно, показывает свою готовность применить метод интегрирования по частям.

1. Вычислить интеграл: $\int x e^{2x} dx$

2. Найти неопределённый интеграл: $\int x \cos x dx$

3. Вычислить интеграл: $\int x^2 \ln x dx$

3. Подведение итогов занятия, обсуждение ошибок и правильных подходов, рефлексия личного прогресса.

Тема практической работы № 9. Вычисление определённых интегралов для расчёта площадей и объёмов, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование навыков вычисления определённых интегралов для расчета площадей плоских фигур и объемов тел вращения.

Задания:

1. Групповая работа

Коллективное решение типовых задач на вычисление площадей и объемов.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 0, x = 1$.

2. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 0, x = 1$.

3. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 0, x = 1$.

2. Индивидуальная работа

Самостоятельное выполнение заданий аналогичного содержания, с обязательным оформлением решения.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 0, x = 1$.

2. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 0, x = 1$.
 3. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 0, x = 1$.
- 3. Подведение итогов занятия**, выделение успехов и проблем, формирование выводов о значимости интегрального исчисления в инженерной практике.

Тема практической работы № 10. Решение задач с применением интегралов для расчёта физических величин, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы – формирование навыков решения задач с применением интегралов для расчёта физических величин.

Задания:

Задание 1. Работа переменной силы:

Решите следующую задачу: Дана сила, действующая вдоль оси x , $F(x)=kx^2+bx+c$, где $k=1$ Н/м², $b=-3$ Н/м, $c=5$ Н. Найдите работу силы при перемещении материальной точки от $x_1 = 0$ м до $x_2 = 4$ м.

Алгоритм решения:

1. Запишите формулу для работы силы $A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$.
2. Подставьте заданную силу и пределы интегрирования.
3. Вычислите определенный интеграл.

Задача 2. Масса неоднородного тела:

Рассчитайте массу стержня длиной $L=6$ метров, плотность которого изменяется по закону $\rho(x)=a+b*x$, где $a=2$ кг/м³, $b=0,5$ кг/м⁴.

Алгоритм решения:

1. Составьте выражение для массы $m = \int_0^L \rho(x) \cdot dx$, подставив значения плотностей.
2. Выполните интегрирование.

Задача 3. Момент инерции однородного диска относительно центра масс:

Определите момент инерции J тонкого круглого диска массой $M=2$ кг и радиусом $R=0,5$ метра относительно своей центральной оси симметрии.

Алгоритм решения:

1. Используйте двойной интеграл для вычисления момента инерции

плоского объекта: $J = \iint_D \rho r^2 dA$, где D — область диска.

2. Применяя полярные координаты, вычислите момент инерции.

Задача 4. Индивидуальное задание: Электрический заряд проводника

Расчет заряда электрически заряженного длинного провода с постоянным линейным распределением заряда $\lambda=5$ С/м и длиной $L=2$ м.

Указания: Заряд рассчитывается по формуле $Q = \int \lambda dl$.

Подведение итогов:

Обсуждение полученных результатов, выявление возможных трудностей, выводы о применении методов интегрирования в физическом моделировании.

Тема практической работы № 11. Операции с векторами: сложение, вычитание и умножение на скаляр, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - освоение студентами базовых операций над векторами: сложения, вычитания и умножения на скаляр, необходимых для успешного освоения дисциплин профильного цикла.

Задания:

Задание 1.

Даны два вектора: $A^{\rightarrow}(2;3)$ и $B^{\rightarrow}(-1;4)$. Найти сумму векторов $A^{\rightarrow}+B^{\rightarrow}$

Задание 2.

Выполнить операцию вычитания: $C^{\rightarrow}-D^{\rightarrow}$, если $C^{\rightarrow}=(-3;5)$, $D^{\rightarrow}=(1;-2)$.

Задание 3.

Умножить вектор $E^{\rightarrow}(4,-2)$ на скаляр -3 .

Задание 4.

Графически изобразить и построить результирующие векторы: $F^{\rightarrow}+2G^{\rightarrow}$, где $F^{\rightarrow}(1;1)$, $G^{\rightarrow}(2;3)$.

Задание 5.

Даны два вектора: $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ и $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$. Вычислите сумму векторов $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$

Задание 6.

Пусть даны векторы $\vec{p} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ и $\vec{q} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Найдите разность векторов $\vec{r}=\vec{p}-\vec{q}$.

Задание 7.

Рассмотрим вектор $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$. Получите новый вектор, умножив исходный вектор на скаляр $k=3$.

Подведение итогов:

Обсуждение полученных результатов, выявление возможных трудностей, выводы.

Тема практической работы № 12. Вычисление длины и угла между векторами, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование у студентов умения находить длину вектора и угол между двумя векторами, используя известные формулы и приемы векторной алгебры.

Задания:

Задание 1. Вычисление длины вектора:

Задача 1. Найти модуль (длину) вектора $\vec{a}(3, -4, 0)$

Задача 2. Найти длину вектора $\vec{e} = (-3, 4, -12)$.

Задача 3. Найти длину вектора $\vec{v} = (5, -12, 0)$.

Задание 2. Вычисление угла между двумя векторами:

Задача 1. Найти угол между векторами $\vec{a}(1, 2, 3)$ и $\vec{b}(2, -1, 1)$.

Задача 2. Вычислить угол между векторами $\vec{f} = (1, 2, 3)$ и $\vec{g} = (2, -1, 2)$.

Задача 3. Вычислить угол между векторами $\vec{p} = (2, -1, 3)$ и $\vec{q} = (1, 2, -2)$.

Задание 3. Проверка перпендикулярности (ортогональности) векторов:

Задача 1. Установить, являются ли векторы $\vec{c}(2, -1, 3)$ и $\vec{d}(4, 2, -2)$ ортогональными.

Задача 2. Являются ли векторы $\vec{i} = (1, -2, 3)$ и $\vec{j} = (2, 1, -1)$ ортогональными?

Задача 3. Проверить, являются ли векторы $\vec{m} = (3, -4, 0)$ и $\vec{n} = (4, 3, 0)$ ортогональными.

Задание 4. Сложные задачи:

Задача 1. Три вершины тетраэдра находятся в точках $A(1, 2, 3)$, $B(4, 5, 6)$, $C(7, 8, 9)$. Найти длину ребра AB .

Задача 2. Вершины пирамиды расположены в точках $P(1, 2, 3)$, $Q(4, 5, 6)$, $R(7, 8, 9)$, $S(10, 11, 12)$. Найти длину ребра PQ .

Тема практической работы № 13. Применение скалярного и векторного произведений в задачах аналитической геометрии, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - закрепление навыков применения скалярного и векторного произведений для решения задач аналитической геометрии.

Задания:

Задание 1. Площадь фигуры

Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(1,2,3)$, $B(4,5,6)$, $C(7,8,9)$.

Примечание: Можно воспользоваться формулой площади через векторное произведение сторон треугольника.

Задание 2. Объем тетраэдра

Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $O(0,0,0)$, $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$.

Подсказка: Воспользоваться формулой объема через смешанное произведение векторов.

Задание 3. Уравнение прямой линии

Написать уравнение прямой, проходящей через точку $P(1,2,3)$ параллельно вектору $\vec{a}=(2,-1,4)$.

Алгоритм: Вспомнить каноническое уравнение прямой и подставить известные данные.

Задание 4. Расстояние от точки до плоскости

Вычислить расстояние от точки $T(2,3,4)$ до плоскости, заданной уравнением $x+y+z=6$.

Метод: Использовать формулу расстояния от точки до плоскости.

Задание 5. Проверка перпендикулярности

Проверить, перпендикулярны ли прямые, заданные параметрами: прямая $L1$ проходит через точки $K(1,2,3)$ и $N(4,5,6)$, а прямая $L2$ задана направлением вектора $\vec{b}=(1,-1,1)$.

Совет: Использовать условие ортогональности векторов.

Подведение итогов занятия, выяснение вопросов, возникших у студентов, разбор наиболее сложных ситуаций и часто встречающихся ошибок.

Тема практической работы № 14. Реализация сингулярного разложения матрицы с помощью вычислительных методов, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - развитие навыков выполнения сингулярного разложения матриц с использованием стандартных численных методов и программного обеспечения Python.

Задания:

1. Выполнение практического задания:

Постановка задачи: Получить сингулярное разложение случайной матрицы размера 3×3 с вещественными значениями элементов.

Этапы выполнения:

Генерация случайной матрицы с помощью `numpy.random.rand()`.

Реализация разложения методом SVD с помощью встроенной функции `np.linalg.svd()` из библиотеки NumPy.

Распечатка значений сингулярных чисел, левых и правых сингулярных векторов.

Проверьте корректность разложения, выполнив обратное преобразование с восстановлением исходной матрицы.

Оформление отчета:

Сохраните код программы и скриншоты результата в отчет.

2. Индивидуальное задание:

Каждому студенту выдается отдельная матрица размером 3×3 , для которой нужно повторить процедуру SVD-разложения и сравнить полученные результаты.

3. Завершение занятия

Обобщение проделанной работы, обсуждение проблем и возникающих вопросов. Предъявление образцов лучших отчетов и демонстрация корректности решений.

Формы контроля:

Результатом является наличие отчёта, содержащего полное описание проведённых этапов работы, аккуратное оформление результатов и проверку точности исполнения SVD.

Требования к отчётности:

Отчёт должен содержать:

Постановку задачи.

Исходный код программы.

Промежуточные и финальные результаты.

Выводы и оценку точности выполнения SVD.

Тема практической работы № 15. Применение SVD для анализа многомерных данных, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - изучение и овладение навыком применения сингулярного разложения (Singular Value Decomposition, SVD) для снижения размерности данных и извлечения ключевых признаков.

Задания:

Повторение теоретического материала

Обзор базового материала по методу SVD: цель, преимущества и области применения.

Этапы выполнения практических заданий:

1. Выбор и загрузка данных

Загрузите стандартный набор данных (например, Iris dataset из библиотеки Scikit-Learn). Данные представляют собой четырехмерные признаки растений.

```
python
```

```
from sklearn.datasets import load_iris  
data = load_iris()  
X = data.data
```

2. Применение SVD для сокращения размерности

Примените SVD к данным с целью уменьшения количества измерений.

```
python
```

```
import numpy as np  
U, s, VT = np.linalg.svd(X)
```

3. Извлечение главных компонент

Изучите распределение сингулярных значений и выберите необходимое количество главных компонент для сохранения большинства информации.

4. Преобразование данных

Преобразуйте исходные данные, оставив выбранные главные компоненты.

```
python
```

```
reduced_data = U[:, :2]
```

5. Интерпретация результатов

Проанализируйте новые двумерные данные визуально с помощью диаграммы рассеяния (matplotlib).

```
python
```

[Копировать](#)

```
import matplotlib.pyplot as plt  
plt.scatter(reduced_data[:, 0], reduced_data[:, 1])  
plt.show()
```

Заключение:

Подведение итогов занятия, обсуждение наблюдаемой структуры данных и перспектив дальнейшего анализа.

Тема практической работы № 16. Уменьшение размерности данных с использованием SVD в задачах машинного обучения, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - освоение метода уменьшения размерности данных с помощью сингулярного разложения матрицы (SVD) и применение его в задачах анализа данных и машинного обучения.

Ход занятия

I. Теоретический вводный этап

Преподаватель объясняет теоретические основы сингулярного разложения матриц (SVD):

Что такое сингулярное разложение?

Основные компоненты разложения (матрицы U , Σ , V).

Принцип сокращения размерности с сохранением максимальной доли дисперсии исходных данных.

Примеры областей применения SVD (обработка изображений, рекомендации, классификация текста).

II. Демонстрационный пример

Разбор демонстрационного примера снижения размерности на синтетическом датасете с визуализацией результатов. Преподаватель демонстрирует пошаговую реализацию следующего плана:

1. Генерация синтетической выборки данных (`make_blobs` или `make_classification`) размером примерно $N=100$ объектов и числом признаков $D=5$.
2. Использование библиотеки Scikit-Learn для выполнения SVD-разложения (`TruncatedSVD`, либо самостоятельная реализация на NumPy).
3. Вычисление количества главных компонент (например, сохранить первые две главные компоненты).

4. Отображение графика двух первых главных компонентов (визуализация распределения точек).

III. Самостоятельная работа обучающихся

Обучающиеся выполняют задание индивидуально или в подгруппах по два-три человека:

Задания:

1. **Загрузка и подготовка данных.** Скачать готовый датасет (например, Iris dataset или собственный небольшой набор данных) и провести первичную обработку данных (нормализация, удаление пропусков и т.п.).
2. **Реализация SVD вручную.** Реализовать самостоятельно шаги SVD на выбранном датасете используя библиотеку NumPy (или аналог). Это включает:
 - Центровка данных.
 - Нахождение собственных значений и собственных векторов ковариационной матрицы.
 - Выбор оптимального числа главных компонент путем анализа спектра собственных значений.
 - Преобразование данных с уменьшением размерности.
3. **Применение встроенного инструмента Scikit-Learn TruncatedSVD.** Выполнить сокращение размерности данных, выбрав оптимальный ранг преобразования (количество главных компонент), обеспечивающее сохранение заданной доли общей дисперсии (например, >90%).
4. **Анализ полученных результатов:**
 - Провести сравнение своего самостоятельного решения и результата стандартного класса TruncatedSVD.
 - Оценить влияние изменения числа главных компонент на качество представления данных (визуально и количественно).
5. **Практическое использование результатов:** Применить метод классификации или кластеризации на преобразованных данных, оценить изменение качества предсказательной модели (точность, точность метрик).

Обучающиеся фиксируют ход своей работы в тетради или отчёте (Jupyter Notebook), делают выводы относительно преимуществ и недостатков методов понижения размерности, предлагают возможные улучшения.

IV. Подведение итогов

Каждый студент/подгруппа представляет свою работу группе, делится результатами, возникшими трудностями и выводами. Преподаватель подводит итоги занятия, даёт обратную связь и советы по улучшению выполненных заданий.

Итоговые требования к выполнению работы:

Реализованные этапы самостоятельной работы.

Чётко сформулированные выводы по результатам практической части.

Оформленный отчёт (можно в электронном виде) с кодом, графиками и комментариями.

Тема практической работы № 17. Построение линейной модели на основе экспериментальных данных, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование компетенций обучающихся в области построения простых моделей регрессии для прогнозирования зависимых переменных на основе наблюдаемых данных методами машинного обучения.

Задания:

1. Теоретический вводный этап

Преподаватель знакомит студентов с понятием линейной регрессии, рассматривает основные элементы линейной модели:

Понятие линейной зависимости.

Матрица наблюдений X и вектор откликов Y .

Метод наименьших квадратов для нахождения оптимальных коэффициентов.

Интерпретация коэффициентов уравнения регрессии.

Затем рассматриваются показатели качества модели:

Коэффициент детерминации (R^2),

Средняя абсолютная ошибка (MAE),

Среднеквадратичная ошибка (MSE).

2. Решение типового примера преподавателем

Рассматривается простой пример ручной настройки линейной модели с последующим оцениванием качества модели. Пример выполняется на простом искусственном наборе данных.

Пример: Предположим, имеются наблюдения температуры воздуха и продаж мороженого в кафе за неделю:

Температура	Продажи
15	10
20	15
25	20
30	25
35	30

Необходимо построить простую линейную модель, позволяющую спрогнозировать продажи мороженого исходя из ожидаемой температуры.

Преподаватель подробно показывает решение задачи на доске или в электронной среде, поясняя каждый шаг.

3. Самостоятельная работа студентов

Каждому студенту предлагается решить следующую задачу индивидуально или небольшими группами:

Задание: На основании предоставленного набора экспериментальных данных (например, зависимость уровня загрязнения воздуха от концентрации вредных веществ в атмосфере или зависимость урожайности сельскохозяйственных культур от количества осадков), постройте линейную модель с использованием инструментов Python (библиотеки pandas, numpy, sklearn).

Последовательность действий:

1. Загрузите и изучите предоставленные данные (файл .csv, предоставляемый преподавателем).
2. Проведите предварительную подготовку данных: нормировка, проверка пропущенных значений, выбросов.
3. Постройте простую линейную модель методом наименьших квадратов.
4. Оцените качество построенной модели с помощью показателей MAE, MSE, R2.
5. Сделайте вывод о применимости построенной модели для прогнозирования зависимой величины.

4. Проверка работ и обсуждение

Проверка выполненных студентами заданий, обсуждение полученных результатов, выявление общих проблем и необходимые разъяснения.

Итоговые требования к выполнению работы:

Полностью выполненное практическое задание.

Подробный отчет о проделанной работе, содержащий описание всех этапов построения модели, промежуточные расчеты и выводы.

Корректное оформление отчета в форме электронного документа (Word, PDF или Jupyter notebook).

Тема практической работы № 18. Оценка параметров линейной регрессии с помощью метода наименьших квадратов, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - обучить студентов применять метод наименьших квадратов для расчета коэффициентов линейной регрессии и интерпретации результатов.

Задания:

1. Теоретический вводный этап

Преподаватель напоминает студентам ключевые положения линейной регрессии и метод наименьших квадратов:

Определение линейной регрессии.

Постановка задачи минимизации суммы квадратов отклонений.

Приведение формул для расчета коэффициентов β_0 , β_1 и прочих параметров линейной модели.

Рассмотрение условий применимости и ограничений метода.

2. Типовой пример преподавателя

Разбирается подробный пример ручного расчёта коэффициентов линейной регрессии на небольшом объёме данных. Например, пусть дана таблица данных о расходовании электроэнергии и температуре окружающей среды:

Номер измерения	Расход энергии (y)	Температура (x)
1	20	10
2	25	15
3	30	20

4	35	25
5	40	30

По приведённым данным строится простая линейная модель вида $y = \beta_0 + \beta_1 x$, рассчитываются значения коэффициентов, определяется коэффициент детерминации R^2 . Показывается процесс поэтапно на доске или интерактивной панели.

3. Самостоятельная работа студентов:

Студентам предоставляется задача индивидуального характера:

Задание: На основе экспериментального набора данных, представляющего собой зависимость расхода топлива автомобиля от скорости движения, определить параметры линейной регрессии методом наименьших квадратов.

Набор данных представлен в таблице (файл CSV прилагается):

Скорость (км/ч)	Расход топлива (литры/100 км)
30	10
40	9
50	8
60	7
70	6
80	5
90	4

Задача состоит из шагов:

1. Определить средние значения \bar{x} и \bar{y} .
2. Посчитать числители и знаменатели формулы для коэффициентов β_0 и β_1 .
3. Найти искомые коэффициенты β_0 и β_1 .
4. Записать формулу найденной линейной регрессии.
5. Оценить качество модели, рассчитав коэффициент детерминации R^2 .
6. Сделать заключение о пригодности полученной модели для прогнозирования расходов топлива.

Рекомендуемые инструменты: калькулятор, Excel, Jupyter Notebook (Python).

4. Подведение итогов

Под руководством преподавателя студенты представляют свои работы, сравнивают полученные результаты, отвечают на дополнительные вопросы.

Проводится коллективное обсуждение ошибок и возможных путей их исправления.

Требования к оформлению отчета:

Отчет должен содержать:

Исходные данные и условия задачи.

Все расчётные формулы и последовательность вычислений.

График исходных данных и линии линейной регрессии.

Значения коэффициентов β_0 , β_1 и показатель R^2 .

Выводы по проведённой работе.

Отчёт оформляется письменно или в электронном виде.

Тема практической работы № 19. Применение линейных моделей для предсказания значений, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование практических навыков разработки и анализа простых линейных регрессий для предсказания зависимых переменных в условиях реальных прикладных задач с использованием инструментов искусственного интеллекта.

Задания:

1. Теоретическая часть

1. Обзор понятия линейной регрессии и её применение в области ИИ.
2. Рассмотрение основных формул расчета коэффициентов линейной регрессии вручную и с использованием Python библиотек (например, NumPy, Scikit-Learn).
3. Основные этапы реализации проекта машинного обучения с точки зрения аналитики данных.

2. Постановка задачи:

Постановка практической задачи: определение зависимости стоимости автомобилей от пробега автомобиля (предсказательная задача). Студенты получают исходные данные о пробегах автомобилей и соответствующих ценах продажи. Задача заключается в разработке простого алгоритма, способного оценить стоимость автомобиля исходя из значения пробега.

3. Подготовка данных

Студентам предлагается самостоятельно провести предварительную обработку данных, включающую:

Очистку и подготовку набора данных (подсчет пропущенных значений, удаление выбросов);

Вычисление корреляций между признаками (пробег, цена);

Графическое представление взаимосвязи признаков (график рассеяния).

4. Реализация линейной регрессии

Разработка алгоритмов на Python для вычисления параметров линейной регрессии. Поэтапно рассматриваются шаги:

Определение функции потерь и метода оптимизации;

Расчёт коэффициентов уравнения прямой линии (наклон и смещение);

Прогнозирование новых значений цены автомобиля по заданному пробегу.

5. Оценка качества модели

Анализ полученных результатов с использованием метрик MSE (средняя квадратичная ошибка), MAE (средняя абсолютная ошибка) и R^2 (коэффициент детерминации):

Интерпретация значений метрик.

Анализ влияния изменения коэффициентов на точность модели.

6. Итоговая проверка

Обучающиеся предоставляют отчёт о проделанной работе и отвечают на контрольные вопросы преподавателя:

Тестовые вопросы по итогам занятия:

Часть А: Закрытые вопросы (выбор правильного варианта)

1. Линейная регрессия используется для решения задач...
 - a) Классификации изображений
 - b) Предсказания численных значений
 - c) Фильтрации спама
 - d) Распознавания речи
2. Что означает коэффициент наклона (β_1) в уравнении $y = \beta_0 + \beta_1 * x$?
 - a) Среднее значение целевой переменной
 - b) Коэффициент корреляции между x и y
 - c) Изменение y при изменении x на единицу
 - d) Количество наблюдений
3. Какая формула применяется для расчёта средней квадратичной ошибки

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \\ \text{b)} & \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}} \\ \text{c)} & \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{n} \\ \text{d)} & \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{n} \end{aligned}$$

4. Какой метод минимизации ошибок чаще всего используют при обучении линейной регрессии?
 - a) Метод градиентного спуска
 - b) Метод наименьших квадратов
 - c) Метод случайного леса
 - d) K-means кластеризация
5. Какие основные шаги выполняются перед построением линейной регрессии?
 - a) Преобразование категориальных признаков
 - b) Выбор типа классификации
 - c) Нормировка данных и очистка пропусков
 - d) Настройка гиперпараметров сети

Часть В: Открытые вопросы (ответ письменно)

6. Объясните смысл показателя R^2 (коэффициент детерминации) в контексте оценки линейной регрессии.
7. Назовите три этапа обработки данных, предшествующие построению модели линейной регрессии.
8. Приведите формулу вычисления среднеквадратической ошибки (MSE) и поясните каждый элемент формулы.

Критерии оценки:

За правильные ответы на закрытые вопросы начисляется по 1 баллу.

Ответы на открытые вопросы оцениваются отдельно: максимум 3 балла за развернутый и правильный ответ.

Максимальное количество баллов за тестирование: **10**.

Тема практической работы № 20. Построение полиномиальной модели для аппроксимации данных, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - формирование практических навыков построения полиномиальных моделей и анализа качества аппроксимации экспериментальных данных средствами искусственного интеллекта.

Задания:

Часть I. Подготовка данных

Задание 1. Получите исходные данные:

1. Загрузите файл data.csv, содержащий две переменные: x (аргумент) и y (функция).
2. Постройте график зависимости y от x, используя библиотеку Matplotlib.

Пример реализации (Python):

python

Копировать

```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

# Импорт данных
df = pd.read_csv('data.csv')
plt.scatter(df['x'], df['y'])
plt.xlabel('X')
plt.ylabel('Y')
plt.title('Исходные данные')
plt.show()
```

Часть II. Аппроксимация данных

Задание 2. Выполните построение полиномиальной модели заданной степени k (например, 2-й, 3-й, 4-й):

1. Используйте метод polyfit библиотеки NumPy для вычисления коэффициентов полинома.
2. Создайте полином с найденными коэффициентами и постройте соответствующий график вместе с исходными данными.

Пример реализации (Python):

python

Копировать

```
from numpy import polyfit, polyval

degree = 2 # степень полинома
coeffs = polyfit(df['x'], df['y'], degree)
fitted_y = polyval(coeffs, df['x'])

plt.plot(df['x'], fitted_y, label=f'Аппроксимирующий полином {degree}-й степени')
plt.legend()
plt.show()
```

Часть III. Анализ результатов

Задание 3. Оцените качество полученной аппроксимации:

1. Рассчитайте среднеквадратичную ошибку (MSE) между исходными значениями и результатами аппроксимации.
2. Проведите сравнительный анализ точности аппроксимации для разных степеней полинома (от 1 до 5).

Пример реализации (Python):

```
python Копировать
```

```
def mse(y_true, y_pred):  
    return ((y_true - y_pred)**2).mean()  
  
for deg in range(1, 6):  
    coeffs = polyfit(df['x'], df['y'], deg)  
    fitted_y = polyval(coeffs, df['x'])  
    print(f'MSE for polynomial of degree {deg}:', mse(df['y'], fitted_y))
```

Требования к отчету:

Отчет должен содержать:

Исходные данные.

Графики исходных зависимостей и полученные аппроксимирующие кривые.

Таблицу сравнения MSE для каждой выбранной степени полинома.

Выводы относительно оптимального значения степени полинома.

Критерии оценки:

Оцениваются:

Верность расчетов и точность графика.

Корректность интерпретации полученных результатов.

Качество оформления отчета.

Тема практической работы № 21. Решение задач прогнозирования с помощью экспоненциальной и логарифмической нелинейных моделей, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - освоение методов построения и анализа нелинейных моделей прогнозирования (экспоненциальной и логарифмической регрессии). Развитие практических навыков моделирования временных рядов с использованием искусственных нейронных сетей и статистических инструментов обработки данных.

План занятия:

Часть I. Теоретический материал

Обзор основных видов нелинейных моделей: экспоненциальная и логарифмическая регрессия.

Понятие трендовых компонент временных рядов.

Алгоритм выбора оптимальной модели прогнозирования.

Критерии оценки качества прогнозирующих моделей (MSE, RMSE).

Часть II. Демонстрация метода на примере

Преподаватель демонстрирует пошаговую процедуру построения прогнозирующей модели на типовом временном ряду с использованием программного пакета Python/Jupyter Notebook. Рассматриваются основные этапы: подготовка данных, выбор типа модели, оценка её качества, интерпретация результата.

Часть III. Самостоятельная работа обучающихся

Обучающиеся выполняют самостоятельные задания, направленные на закрепление изученного материала:

Задания:

1. Задача прогнозирования роста населения региона

Дано: временной ряд численности населения региона за последние 10 лет. Необходимо построить экспоненциальную модель прогнозирования и рассчитать численность населения на следующий год. Оцените качество полученной модели, используя MSE и RMSE.

2. Анализ изменения стоимости акций предприятия

Студентам предлагается выбрать акции какого-либо предприятия и собрать исторические данные за период последних пяти лет. Требуется создать логарифмическую модель прогнозирования цены акций на ближайший квартал. Проведите оценку качества модели и сделайте вывод о применимости выбранного подхода.

3. Прогноз потребления электроэнергии домохозяйством

Временной ряд ежемесячного потребления электроэнергии задан в течение трех лет. Постройте экспоненциальную модель и спрогнозируйте потребление энергии на ближайшие полгода. Сделайте рекомендации относительно энергосбережения на основании вашего прогноза.

Формат отчетности: отчет в электронном виде, включающий описание выполненных шагов, расчет показателей качества модели, графики зависимостей и выводы.

Тема практической работы № 22. Применение нелинейных моделей для анализа зависимостей и предсказания сложных процессов, объем часов 2.

У1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

У2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии

У3. Планировать и реализовывать профессиональное и личностное развитие, использовать знания правовой и финансовой грамотности

У4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

У5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации

У6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение

У7. Содействовать сохранению окружающей среды, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

У8. Использовать средства физической культуры для поддержания здоровья

У9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Цель практической работы - освоение методик анализа зависимостей и прогнозирования сложных процессов с использованием нелинейных моделей, развитие навыков практической реализации моделей с помощью технологий искусственного интеллекта.

План занятия:

Часть I. Теоретический материал

Классификация нелинейных моделей: полиномиальная, степенная, логистическая и сигмоидная регрессия.

Особенности анализа и прогнозирования с помощью нелинейных моделей.

Основные критерии оценки качества моделей: коэффициент детерминации (R^2), среднеквадратичное отклонение (RMSE).

Часть II. Демонстрация метода на примере

Преподаватель показывает процесс анализа экспериментальных данных, подбор подходящего типа нелинейной модели и последующий прогноз сложного процесса (например, динамика продаж продукта или изменение температуры окружающей среды). Используется среда программирования Python с библиотеками NumPy, Pandas и Scikit-Learn.

Часть III. Самостоятельная работа

Выполнение студентами индивидуальных практических заданий:

Индивидуальное задание №1: Анализ динамики доходов предприятий малого бизнеса

Дано: временной ряд доходов малых предприятий за последние пять лет. Необходимо подобрать подходящую нелинейную модель (полиномиальную или логистическую), оценить её точность и сделать прогноз на два последующих года.

Индивидуальное задание №2: Прогноз изменений потребительского спроса

Необходимо проанализировать зависимость спроса на определенный товар от ценового фактора и сезонности, предложив наиболее точную нелинейную модель прогнозирования (степенную или сигмоидную). Произвести расчёт прогноза на ближайшую неделю.

Индивидуальное задание №3: Предсказание интенсивности движения транспорта

Используя временные ряды плотности транспортных потоков за три месяца, студенты строят прогноз интенсивности транспортного потока на ближайшее воскресенье, выбирая оптимальный вид нелинейной зависимости.

Отчетность: письменный отчет с описанием проделанной работы, графическим представлением данных и результатами оценивания качества выбранной модели.

Контроль исполнения: проверка отчетов преподавателем, индивидуальная консультация и групповое обсуждение лучших практик.

Необходимые материалы и оборудование:

Персональные компьютеры с установленной средой Python и необходимыми библиотеками.

Набор учебных примеров данных.

Электронные методические пособия и инструкции.

Итоговая рефлексия:

Проведение коллективного обсуждения трудностей и успехов выполнения заданий. Выявление проблемных вопросов и предложений по улучшению учебного процесса.

II. Общие рекомендации

По всем вопросам, связанным с изучением дисциплины (включая самостоятельную работу), консультироваться с преподавателем.

III. Контроль и оценка результатов

Оценка за выполнение практической работы выставляется по пятибалльной системе и учитывается как показатель текущей успеваемости студента.

Отлично ("5")

Полностью правильно выполнены **все** задания.

Все шаги решения расписаны подробно и последовательно.

Нет ошибок в применении формул и алгоритмов.

Студент демонстрирует глубокое понимание предмета и свободное владение основными приемами вычисления.

Могут присутствовать незначительные стилистические погрешности оформления записей.

Хорошо ("4")

Правильно решены почти все задания (**не менее 80%** всех примеров верно решено).

Допущено минимальное количество арифметических ошибок или опечаток, которые легко исправимы.

Ясна логика решения, однако отдельные моменты требуют большей детализации.

Может наблюдаться некоторое затруднение при оформлении записи или недостаточная аккуратность изложения.

Удовлетворительно ("3")

Верно решены примерно половина или чуть больше половины всех заданий (около **50%-60%**).

Основные формулы и подходы применяются правильно, хотя иногда допускаются мелкие ошибки.

Есть существенные пропуски в описании этапов решения, либо отсутствуют важные детали объяснения.

Возможно применение некорректных приемов, что привело к небольшим ошибкам в конечных результатах.

Неудовлетворительно ("2")

Большинство заданий выполнено неверно или частично неправильно.

Демонстрируется слабое знание основных методов вычисления, неправильные расчеты или отсутствие понимания процесса.

Совершено значительное количество грубых ошибок, нарушающих правильность хода рассуждений.

Нарушение последовательности действий, наличие серьезных пробелов в знаниях основ математики.